

## The Delta Parallel Robot

### Делта-робот с тремя степенями свободы

☐—D-Method

#### Обозначения:

1, .., x9-координаты вершин нижнего треугольника, x10, .., x18-координаты шарниров A1, A2, A3

#### Размеры

$$s_B := 0.567 \quad s_P := 0.076 \quad L := 0.524 \quad l := 1.244$$

$$w_B := \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot s_B \quad u_B := \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot s_B \quad w_P := \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot s_P \quad u_P := \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot s_P$$

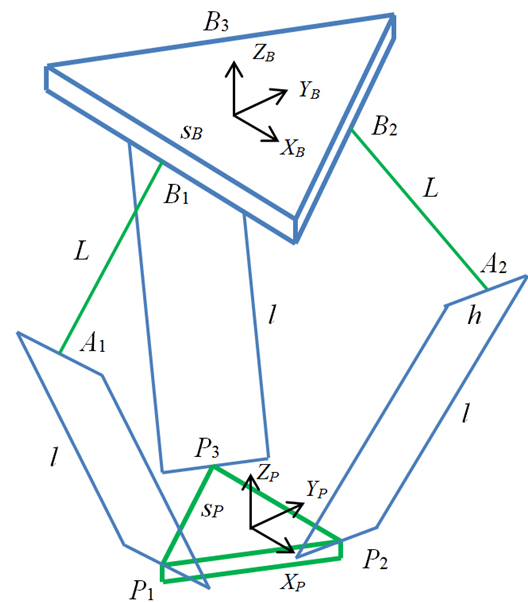
Координаты вершин неподвижной платформы

$$C1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \cdot u_B \\ 0 \end{pmatrix} \quad C2 := \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_B \\ -\frac{u_B}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad C3 := \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot u_B \\ -\frac{u_B}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Координаты неподвижных шарниров

$$B1 := \begin{pmatrix} 0 \\ -w_B \\ 0 \end{pmatrix} \quad B2 := \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot w_B \\ \frac{w_B}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad B3 := \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot w_B \\ \frac{w_B}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P1 := \begin{pmatrix} 0 \\ -w_P \\ -0.9 \end{pmatrix} \quad P2 := \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot w_P \\ \frac{w_P}{2} \\ -0.9 \end{pmatrix} \quad P3 := \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot w_P \\ \frac{w_P}{2} \\ -0.9 \end{pmatrix}$$



Начальные углы и соответствующие им координаты

$$\theta := \begin{pmatrix} (-20.5)^\circ \\ (-20.5)^\circ \\ (-20.5)^\circ \end{pmatrix} \quad A1 := \begin{pmatrix} 0 \\ -w_B - L \cdot \cos(\theta_1) \\ -L \cdot \sin(\theta_1) \end{pmatrix}$$

$$A2 := \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (wB + L \cdot \cos(\theta_2)) \\ \frac{1}{2} \cdot (wB + L \cdot \cos(\theta_2)) \\ -L \cdot \sin(\theta_2) \end{pmatrix} \quad A3 := \begin{pmatrix} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \cdot (wB + L \cdot \cos(\theta_3)) \\ \frac{1}{2} \cdot (wB + L \cdot \cos(\theta_3)) \\ -L \cdot \sin(\theta_3) \end{pmatrix}$$

**Координаты шарниров в начальном положении**

$$\begin{aligned} X0_1 &:= 0 & X0_2 &:= -uP & X0_3 &:= -0.9 + 10^{-11} & X0_4 &:= \frac{sP}{2} & X0_5 &:= wP + 10^{-8} \\ X0_6 &:= -0.9 & X0_7 &:= \frac{-sP}{2} & X0_8 &:= wP & X0_9 &:= -0.9 + 10^{-15} & X0_{10} &:= A1_1 + 10^{-15} \\ X0_{11} &:= A1_2 & X0_{12} &:= A1_3 & X0_{13} &:= A2_1 & X0_{14} &:= A2_2 & X0_{15} &:= A2_3 \\ X0_{16} &:= A3_1 & X0_{17} &:= A3_2 & X0_{18} &:= A3_3 & X0_{19} &:= 0 \end{aligned}$$

**Уравнения геометрических связей**

$$f_1 := (x_4 - x_7)^2 + (x_5 - x_8)^2 + (x_6 - x_9)^2 - sP^2 \quad \text{Длина стороны подвижной платформы}$$

$$f_2 := (x_1 - x_4)^2 + (x_2 - x_5)^2 + (x_3 - x_6)^2 - sP^2 \quad \text{Длина стороны подвижной платформы}$$

$$f_3 := (x_1 - x_7)^2 + (x_2 - x_8)^2 + (x_3 - x_9)^2 - sP^2 \quad \text{Длина стороны подвижной платформы}$$

Через каждую штангу L и ось OZ проводим вертикальную плоскость

$$f_4 := x_{10} \quad \text{Вертикальная Плоскость A1, B1, 0}$$

$$f_5 := (-\sqrt{3}) \cdot x_{17} - x_{16} \quad \text{Вертикальная Плоскость A2, B2, 0}$$

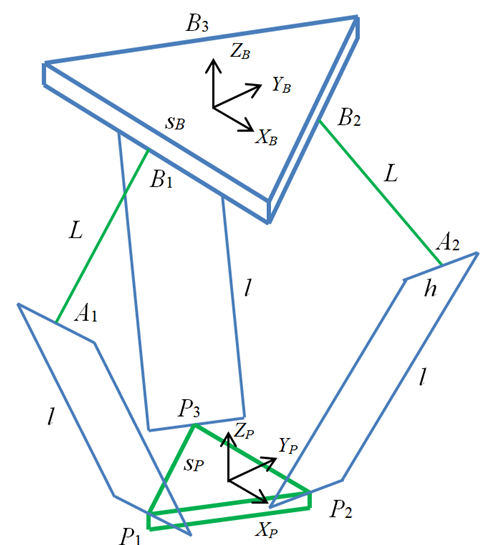
$$f_6 := \sqrt{3} \cdot x_{14} - x_{13} \quad \text{Плоскость A3, B3, 0}$$

$$f_7 := (x_{10} - B1_1)^2 + (x_{11} - B1_2)^2 + (x_{12} - B1_3)^2 - L^2 \quad \text{Длина A1-B1}$$

$$f_8 := (x_{13} - B2_1)^2 + (x_{14} - B2_2)^2 + (x_{15} - B2_3)^2 - L^2 \quad \text{Длина A2-B2}$$

$$f_9 := (x_{16} - B3_1)^2 + (x_{17} - B3_2)^2 + (x_{18} - B3_3)^2 - L^2 \quad \text{Длина A3-B3}$$

$$f_{10} := (x_4 - x_{13})^2 + (x_5 - x_{14})^2 + (x_6 - x_{15})^2 - l^2 \quad \text{Длина A1-P1}$$



$$f_{11} := (x_1 - x_{10})^2 + (x_2 - x_{11})^2 + (x_3 - x_{12})^2 - 1^2 \quad \text{Длина A2-P2}$$

$$f_{12} := (x_7 - x_{16})^2 + (x_8 - x_{17})^2 + (x_9 - x_{18})^2 - 1^2 \quad \text{Длина A3-P3}$$

$$f_{16} := x_1 - x_4 \quad \text{Условие равенства перемещений по оси X точек P1, P2}$$

$$f_{17} := x_9 - x_3 \quad \text{Условие равенства перемещений по оси Z точек P1, P3}$$

$$f_{18} := x_5 - x_8 \quad \text{Условие равенства перемещений по оси Y точек P2, P3}$$

$$\Delta t := 0.04 \quad \text{Шаг интегрирования}$$

$$N := 43$$

"Строка начальных координат"

$$A_1 := X_0^T$$

"Верхняя строка матрицы координат"

$$B := A_1$$

"Параметрические уравнения кривой"

for k ∈ 2 .. N

  if (k ≤ 4)

$$f_{13} := x_1$$

$$f_{14} := x_2$$

$$f_{15} := x_3 - 0.04 \cdot x_{19}$$

  else

$$f_{13} := x_1 - 0.25 \cdot \sin(x_{19})$$

$$f_{14} := x_2 - 0.25 \cdot \sin(x_{19}) \cdot \cos(x_{19})$$

$$f_{15} := x_3$$

"Считаем D методом новую строку координат,"

"принимая предыдущую за строку начальных координат"

"количество шагов интегрирования N=1"

$$A_k := \text{submatrix} \left( D \left( A_{k-1}^T, 0, \Delta t, 1 \right), 2, 2, 2, \text{rows}(f) + 2 \right)$$

"Помещаем новую строку в стек"

$$B := \text{stack}(B, A_k)$$

☒ — Линейные преобразования для отображения на 2d графике

$$\tau := 0 \dots N - 1$$

