

## **Introduccion a la operacion del programa SMath Studio**

***Por Gilberto E. Urroz, Profesor Asociado, Departamento de Ingenieria Civil y Ambiental, Universidad Estatal de Utah (Utah State University), Logan, UT, EE.UU., June 2012***

En este documento presentamos el uso de SMath Studio con el proposito de calcular expresiones matematicas y de resolver ecuaciones algebraicas.

### 1. Donde encontrar SMath Studio?

SMath Studio se puede bajar visitando el enlace:

[http://en.smath.info/forum/yaf\\_topics12\\_Download-SMath-Studio.aspx](http://en.smath.info/forum/yaf_topics12_Download-SMath-Studio.aspx)

\* Busque el enlace debajo del titulo "Download SMath Studio" para encontrar la version mas reciente del programa. Entonces, busque el enlace para bajar el programa que corresponda a su sistema operativo (por ejemplo, Desktop Windows) debajo del titulo "Free Download".

\* Para el sistema Window seleccione ya sea:

- "SMathStudioDesktop.0\_89\_8.Setup.msi" para instalar en un computador, o
- "SMathStudioDesktop.0\_89\_8.Portable.exe" para llevar en memoria portatil

Existen instrucciones en ingles (Tutorials), preparados por el autor de este documento, en la pagina siguiente:

<http://smath.info/wiki/Tutorials.ashx>

Ciertos ejemplos de aplicacion se encuentran en este enlace:

<http://smath.info/wiki/Examples.ashx>

Mas informacion y discusiones sobre el programa estan disponibles en la pagina Wiki:

<http://smath.info/wiki/AllPages.aspx>

Las instrucciones en este documento se pueden encontrar en el siguiente enlace:

<http://www.neng.usu.edu/cee/faculty/gurro/SMathStudio.html>

## 2. Operacion basica del cuaderno de SMath Studio

Al abrir el programa la pantalla que resulta se utiliza como un "cuaderno" para escribir texto y operaciones matematicas. Por lo tanto, nos referiremos a un archivo creado en SMath Studio como el "cuaderno de SMath Studio".

Al instalar el programa, los menus y sus opciones estaran, de principio, en el idioma ingles. Para cambiar la operacion del programa al idioma espanol, siga los siguientes pasos:

- 1 - Use el menu "Tools>Options"
  - 2 - En la forma que results, abra el primer menu que se llama "Interface language" y busque la opcion "Espanol"
  - 3 - Presione el boton "Aceptar"
- \* Para activar o desactivar la grilla(grid) use: Ver>Grilla
- \* Para seleccionar el numero de decimales a mostrar en los resultados use: "Servicio>Opciones". Seleccione la tablilla "Calcular", y cambie la opcion "Lugares Decimales" (El valor original es 4 decimales)
- \* Para escribir texto: pulse en algun punto del cuaderno, y escriba las comillas " seguidas del texto que quiera Ud. escribir. Por ejemplo: en el espacio a continuacion escriba las comillas y despues escriba:

Mi primer ejercicio usando texto en SMath Studio.

Escriba su  
solucion aqui ->

- \* Para escribir un calculo numerico: pulse en el cuaderno en el punto donde va a comenzar el calculo, despues escriba la operacion matematica requerida - Por ejemplo: Pulse en el espacio a continuacion, y escriba:

$5 + (1 + \sqrt{3 / 2 + \sin (p <\text{Ctrl G}> / 3 =$

Escriba su  
solucion aqui ->

- \* Las tablas de simbolos al lado derecho del cuaderno se usan para introducir ciertos objetos matematicos en el cuaderno.
- \* Para mostrar u ocultar las tablas de simbolos al lado derecho del cuaderno, pulse en el ultimo icono de la derecha del panel de control localizado en la parte superior del cuaderno. Cuando usted ponga el 'mouse' sobre este icono aparecera el texto "Mostrar/ocultarpanel lateral". El icono en referencia se muestra a continuacion:



- \* Para escribir simbolos especiales, como el simbolo del infinito, pi ( $\pi$ ), i, el valor absoluto, la raiz cuadrada, etc., pulse sobre el simbolo correspondiente en el panel llamado "Aritmetica" localizado al lado derecho del cuaderno.

Nota: desde este punto en este cuaderno, los EJERCICIOS se muestran a la derecha de las instrucciones o EJEMPLOS presentados. Para adquirir experiencia practica en el uso de SMath Studio, resuelva los EJERCICIOS mostrados a continuacion:

**EJERCICIOS: Pulse en un lugar vacio del cuaderno de SMath Studio, y escriba las secuencias de teclas mostradas entre corchetes:**

Como una alternativa, use las siguientes combinaciones de teclas (vease la Figura 1, a continuacion):

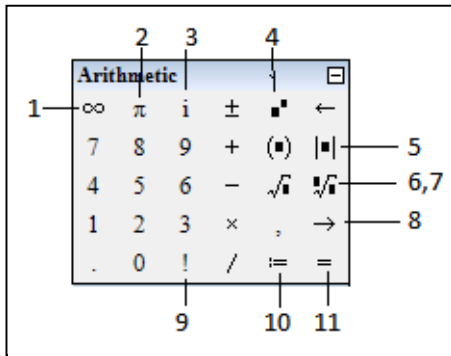
- |                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| (1) Infinity:                  | Cntl+Shift+Z                |
| (2) Pi:                        | Cntl+Shift+P, or p <Cntl+G> |
| (3) i (unidad imaginaria):     | i                           |
| (4) Elevar a una potencia:     | ^                           |
| (5) Valor absoluto:            | abs(                        |
| (6) Raiz cuadrada:             | \ o escriba: sqrt(          |
| (7) La raiz n-sima:            | Cntl+\                      |
| (8) Evaluacion simbolica (->): | Cntl+.                      |
| (9) Factorial:                 | !                           |
| (10) Asignar valor a variable  | : (produce el simbolo :=)   |
| (11) Evaluation numerica :     | =                           |

- |     |                             |   |
|-----|-----------------------------|---|
| 1 - | [1/<Cntl+Shift+Z><Cntl+G>]: | : |
| 2 - | [sin(p <Cntl+G> /3 =]       | : |
| 3 - | [1/5+3*i=]                  | : |
| 4 - | [p <Cntl+G> ^ 2/3=]         | : |
| 5 - | [abs(2+3*i)=]               | : |
| 6 - | [sqrt(-5=]                  | : |
| 7 - | [<Cntl+\>3(top)27(bottom)=] | : |
| 8 - | [2.3^3 <Cntl+G>]            | : |
| 9 - | [20!/5!*15!=]               | : |
| 10- | [a:sqrt(125)]               | : |
| 11- | [a=]                        | : |

Otros simbolos matematicos, por ejemplo (0-9 . + - \* / ,) se pueden escribir directamente en el teclado.

- (12) El operador 'mas/menos' produce una lista de dos valores, como se ilustra a continuacion:

$$\pm 3 = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$$



**Figura 1. Símbolos matemáticos en el panel "Aritmetica". Vease la list mostrada anteriormente.**

**EJERCICIOS:** Pulse en un lugar vacío del cuaderno de SMATH Studio, y escriba las secuencias de teclas mostradas entre corchetes:

```
[ -3 <Click ±> sqrt(3^2 <space bar> -4*1*2
<space bar> <space bar> <space bar>
<space bar> / 2 = ]:
```

Cuando, al escribir una operación, el símbolo que resulta tiene dos operadores (por ejemplo, en la raíz n-sima), simplemente pulse en uno de los operadores y escriba un valor (o expresión). Por ejemplo, la siguiente imagen muestra la operación de la raíz n-sima (Cntl \), antes y después de colocar números en los operadores:

$$\sqrt[n]{\phantom{x}} \quad \quad \quad \sqrt[3]{729} = 9$$

### 3 - Asignar valores a las variables

\* Nombres de variables: el nombre de una variable en SMATH Studio puede ser cualquier combinación de letras, números, o el símbolo de subrayado \_, siempre que el nombre comience con una letra. Por ejemplo:

`x, x1, x_1, x2y, xy, Xxy, X_23_y, Velocidad_de_la_luna, etc.`

\* Para definir una variable: (1) pulse en un lugar vacío en el cuaderno, (2) escriba el nombre de la variable y use el símbolo de asignación (:). Después, (3) escriba un valor o expresión a la derecha del símbolo de asignación que resulta (:=). (4) Pulse en otro lugar del cuaderno.

El valor a la derecha del símbolo de asignación (:=) será asignado al nombre de la variable a la izquierda.

Los siguientes son ejemplos de asignación de valores a variables:

```
x:= 2      y1:= 1.123      Radio_de_la_pelota:= 2+sqrt(13.5)
```

\* Para verificar el valor de una variable que fue asignado anteriormente, escriba el nombre de la variable a la derecha o debajo de la definicion de la misma, seguido del simbolo de igual (=) o del simbolo de evaluacion simbolica (->). Ejemplos:

$x=2$        $x=2$       NOTA: evaluacion numerica       $y1=1.123$        $y1=\frac{1123}{1000}$       NOTA: evaluacion simbolica

$\text{Radio\_de\_la\_pelota}=2+\sqrt{13.5}$       NOTA: evaluacion numerica  
 $\text{Radio\_de\_la\_pelota}=5.6742$

\* Resultado simbolico vs. resultado numerico

=====

NOTA: El usar = produce un resultado numerico (de punto flotante) mientras que el usar -> produce un resultado simbolico (fraccion de enteros, o expresion con radicales y fracciones).

\* Variables sin evaluar:

=====

Si una variable no ha sido evaluada previamente, al tratar de listar esa variable en particular se generara' un operador vacio. Por ejemplo, a este punto la variable "Ancho" no ha sido evaluada. Por lo tanto, al escribir "Ancho = " resulta:

Ancho:= ■

SMath Studio indica que no existe valor asignado a esta variable. Por defecto, el programa produce una expresion de asignacion para evaluar esta variable.

\* Variables previamente evaluadas

=====

Las variables que han sido evaluadas previamente en un cuaderno pueden utilizarse para definir otras variables. Por ejemplo, habiendo evaluado las variables x y y1, previamente, podemos ahora definir las variable siguientes:

$\text{Momento\_de\_inercia}=(x+y1)^2$        $\text{Momento\_de\_inercia}=9.7531$       NOTA: evaluacion numerica  
 $\text{Momento\_de\_inercia}=\frac{9753129}{1000000}$       NOTA: evaluacion simbolica

**EJERCICIOS:** Pulse en un lugar vacio en el cuaderno, y realice la asignacion de variables indicada. Despues, muestre el contenido de las variables asignadas usando, ya sea, la evaluacion numerica (=) o la evaluacion simbolica (Cntl .):

<u>Variable</u>	<u>Valor a asignar</u>
x01	38.2
u_A	sqrt(-23 <space bar>/3)
b	3.5
m	1.2
y	0.5

Si tratamos de evaluar una expresion que involucre una variable sin evaluar, se generara' un operador vacio al tratar de listar la variable recién calculada. For ejemplo, z no has sido definida aun, pero x si lo esta'. Probemos calcular k como sigue:

k:= x+ z      k= ■

Pulse (haga click) en la segunda expresion anterior para ver el mensaje de error "z - no definido".

Para producir un resultado legitimo para la variable k, en este ejemplo, se necesita definir z, arriba o a la izquierda de la expresion que define a k, por ejemplo,

z:= 2      k:= x+ z      k= 4

\* Uso de letras griegas en variables y expresiones:

=====

En los paneles de la derecha del cuaderno de SMath Studio existen dos paneles llamados "Simbolos". El panel "Simbolos ( $\alpha$ - $\omega$ )" contiene letras griegas minusculas, mientras que el panel "Simbolos (A- $\Omega$ )" contiene letras griegas mayusculas. Los dos paneles de Simbolos se reproducen en la Figura 2, a continuacion, junto con el panel que muestras las letras del alfabeto espan~ol "equivalentes" a las letras griegas correspondientes a la posicion en que se muestras tales letras en la Figura. Por ejemplo, la letra espan~ola p (o P) es "equivalente" a, o corresponde a, la letra griega  $\pi$  (o  $\Pi$ ), que se pronuncia "pi".

Simbolos ( $\alpha$ - $\omega$ )	Letras espan~olas	Simbolos (A- $\Omega$ )
$\alpha$ $\beta$ $\gamma$ $\delta$ $\epsilon$ $\zeta$	a b g d e z	A B $\Gamma$ $\Delta$ E Z
$\eta$ $\theta$ $\iota$ $\kappa$ $\lambda$ $\mu$	h q i k l m	H $\Theta$ I K $\Lambda$ M
$\nu$ $\xi$ $\omicron$ $\pi$ $\rho$ $\sigma$	n x o p r s	N $\Xi$ O $\Pi$ P $\Sigma$
$\tau$ $\upsilon$ $\phi$ $\chi$ $\psi$ $\omega$	t u f c y w	T Y $\Phi$ X $\Psi$ $\Omega$

**Figura 2. Paneles de "Simbolos" con letras griegas y sus "equivalentes" en el alfabeto espan~ol (o ingles).**

**EJERCICIOS:** Pulse en un lugar vacio en el cuaderno, y realice la asignacion de variables indicada. Despues, muestre el contenido de las variables asignadas usando, ya sea, la evaluacion numerica (=) o la evaluacion simbolica (Ctrl+.):

Variable	Valor a asignar
Ancho_Arriba	b+2*m*y
X_Area	(b+2*m*y)*y
Perim_Mojado	b+2*y*sqrt(1+m^2
Radio_Hidra	X_Area/Wet_Perim

Para escribir una letra griega en un marco de texto, en una variable, o en una expresion, seleccione el punto de insercion en el cuaderno y pulse en la letra que quiera Ud. insertar. Por ejemplo:

En texto: A continuacion definimos los valores de  $\alpha$  and  $\beta$ :

En nombre de variable:  $\alpha := 2$   $\beta := -4$

En una expresion:  $\delta := \alpha \cdot (\alpha + \beta)$  , i.e.,  $\delta = -4$

Una forma alterna de escribir letras griegas, que no se basa en el uso de los paneles de "Simbolos", consiste en escribir la letra espan~ola equivalente, digamos, a, e inmediatamente escribir Cntl+G. Algunos ejemplos de esta forma se presentan a continuacion. La secuencia de teclas a la izquierda indica como se escribe la letra griega cuyo nombre se encierra en parentesis:

g Cntl+G (gamma):	$\gamma$	x Cntl+G (xi):	$\xi$
e Cntl+G (epsilon):	$\epsilon$	r Cntl+G (rho):	$\rho$
z Cntl+G (zeta):	$\zeta$	s Cntl+G (sigma):	$\sigma$
h Cntl+G (eta):	$\eta$	t Cntl+G (tau):	$\tau$
q Cntl+G (theta):	$\theta$	u Cntl+G (upsilon):	$\upsilon$
k Cntl+G (kappa):	$\kappa$	f Cntl+G (phi):	$\phi$
l Cntl+G (lambda):	$\lambda$	c Cntl+G (chi):	$\chi$
m Cntl+G (mu):	$\mu$	y Cntl+G (ypsilon):	$\psi$
n Cntl+G (nu):	$\nu$	w Cntl+G (omega):	$\omega$

Al escribir una letra espan~ola en mayuscula, seguida de Cntl G, se producira' la letra griega "equivalente" en mayuscula. Por ejemplo:

G Cntl+G (Gamma):	$\Gamma$	S Cntl+G (Sigma):	$\Sigma$
Q Cntl+G (Theta):	$\Theta$	F Cntl+G (Phi):	$\Phi$
L Cntl+G (Lambda):	$\Lambda$	Y Cntl+G (Ypsilon):	$\Psi$
X Cntl+G (Xi):	$\Xi$	W Cntl+G (Omega):	$\Omega$

**EJERCICIOS:** Pulse en un lugar vacio en el cuaderno, y realice la asignacion de variables indicada. Despues, muestre el contenido de las variables asignadas usando, ya sea, la evaluacion numerica (=) o la evaluacion simbolica (Cntl .):

<u>Variable</u>	<u>Valor a asignar</u>
$\alpha$	38.2
$\phi\_A$	$\text{sqrt}(123 \text{ <space bar>/3})$
$\beta$	3.5
$\mu$	1.2
$\psi$	0.5
$\tau\_Top$	$\beta + 2 * \mu * \psi$
$E\_Area$	$(\beta + 2 * \mu * \psi) * \psi$
$\Omega\_Perim$	$\beta + 2 * \psi * \text{sqrt}(1 + \mu^2)$
$\eta\_Rad$	$E\_Area / \Omega\_Perim$

\* Uso de variables con subindices textuales [\*]

=====

Supongase que queremos resolver el siguiente problema de fisica:

Problema de Movimiento Curvilineo: [1] Determine la velocidad  $v$  de una partícula en una trayectoria circular cuando  $t = 20$  s, si la partícula departe con una velocidad  $v_0 = 5.2$  m/s cuando  $t_0 = 5$  s, y su aceleracion tangenciales  $a_t = 0.45$  m/s<sup>2</sup> .

Use la ecuacion:

$$v = v_0 + a_t \cdot (t - t_0)$$

[\*] en contraste con subindices numericos.

A este punto podriamos simplemente decidirnos a no usar subindices, en vez utilizariamos variables con dos caracteres en lugar de variables con indices. Por ejemplo:

```
t:=20      v0:=5.2      t0:=5      at:=4.5

v:=v0+at*(t-t0)      thus,      v=72.7
```

De forma alterna, para que la solucion luzca como en los libros de texto, podemos usar variables con indices textuales. Para escribir el nombre de una variable con subindices textuales, primero escriba el nombre de la variable, y despues escriba un punto (.), seguido por el subindice textual. En el siguiente ejemplo, los caracteres entre corchetes muestra la secuencia de teclas que produce las expresiones que evaluan las variables con subindices textuales:

```
t:=20 [v.0:5.2] v_0:=5.2 [t.0:5] t_0:=5 [a.t:4.5] a_t:=4.5

[v:v.0+a.t*(t-t.0)]      v:=v_0+a_t*(t-t_0)      v=72.7
```

Notas:

(1) No se incluyeron unidades en la definicion de las variables listadas anteriormente. El uso de unidades se presentara' posteriormente.

(2) La secuencia <nombre\_de\_variable>.<suscrito> produce una variable con subindices textuales solamente en expresiones matematicas. Esta secuencia no opera en texto. Por ejemplo, prueba escribir: v.0 (esto es en texto). En conclusion, no se pueden usar variables con subindices textuales en areas de texto.

(3) Las letras espan~olas y griegas pueden utilizarse para nombres de variables y como subindices textuales. Ejemplos:

```
 $\alpha_{\beta}:=2.3$      $K_{\delta}:=3.2$      $\theta_k:=34.5$ 
```

#### 4 - Escritura de expresiones matematicas

Algunos de los ejemplos presentados anteriormente usan expresiones matematicas relativamente simples. A continuacion repetimos algunas de estas expresiones con la secuencia de teclas utilizada para escribirlas escrita entre corchetes:

```
[Radio_de_la_bola: 2 + sqrt 13.5]
Radio_de_la_bola=2+√13.5
```

**EJERCICIO: Resuelva el siguiente problema:**  
**Problema de Movimiento Curvilíneo: [2]** Determine la aceleración normal,  $a_n$ , de una partícula en movimiento en una trayectoria circular de radio,  $\rho = 100$  m, si la velocidad de la partícula es  $v = 20$  m/s. Use la ecuación:  $a_n = v^2/\rho$ .  
**No incluya unidades en este cálculo.**

**EJERCICIO: Resuelva el siguiente problema:**  
**Problema de Expansión Térmica. [1].** Determine la expansión térmica  $\Delta L$  de una barra de longitud  $L_0 = 10$  cm si la temperatura inicial es  $T_0 = 20$  centígrados, la temperatura final es  $T_f = 40$  centígrados, y el coeficiente de expansión térmica es  $\alpha_S = 0.005$  cm/centígrado. También determine la longitud final de la barra,  $L_f$ , después de la expansión. Use las ecuaciones:

$$\Delta L = \alpha_S (T_f - T_0), \quad L_f = L_0 + \Delta L$$

**No incluya unidades en este cálculo.**



```
[Momento_de_inercia: (x + y1 <espacio> <espacio>) ^ 2]
```

$$\text{Momento\_de\_inercia} = (x + y1)^2$$

```
[d <Cntl+G> : a <Cntl+G> * ( a <Cntl+G> + b <Cntl+G>)]
```

$$\delta := \alpha \cdot (\alpha + \beta)$$

```
[v:v.0+a.t*(t-t.0)]
```

$$v := v_0 + a_t \cdot (t - t_0)$$

Tecnicas para construir expresiones matematicas:

=====

Los ejemplos anteriores incluyen ciertas secuencias de caracteres muy particulares, por ejemplo:

sqrt	para escribir el simbolo de la raiz cuadrada
<Cntl+G>	para escribir letras griegas
<espacio>	para seleccionar expresiones mas anchas or expresiones entre parentesis

Otra secuencia de teclado importante es el uso de la tecla de flecha a la derecha en el teclado. Su operacion es similar a la de la barra espaciadors (<espacio>), es decir, se usa para seleccionar un mayor ancho en una expresion o para seleccionar expresiones entre parentesis.

Expresiones matematicas bidimensionales (2D)

=====

Las expresiones matematicas producidas por SMath Studio se conocen como expresiones matematicas bidimensionales (2D), es decir, que los exponentes, las fracciones, etc., se mostraran en sus lugares apropiados como en los libros de texto. He aqui otro ejemplo:

```
[t <Cntl+G> : t <Cntl+G>.0+a<Cntl+G>.c * (T.f-T.0 <espacio> <espacio>
/ sqrt(1+ abs( D <Cntl+G> T /b <Cntl+G> <espacio> <espacio> ^3 <espacio>
<espacio> <espacio> <espacio> ^ 3/2]
```

$$\tau := \tau_0 + \alpha_c \cdot \left( \frac{(T_f - T_0)}{\sqrt{1 + \left| \frac{\Delta T}{\beta} \right|^3}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \tau = \blacksquare$$

Este ejemplo muestra el uso de letras griegas (<Cntl+G>), parentesis, barra espaciadora (<espacio>), variables con suscritos, sqrt (raiz cuadrada), y abs (valor absoluto) en una expresion matematica bidimensional (2D). Al escribir los ejemplos subsecuentes en SMath Studio, Ud. aprendera' a escribir expresiones matematicas bidimensionales (2D) mas complejas.

Corrigiendo errores:

=====

La correccion de errores al escribir una expresion se puede hacer de las formas siguientes:

- 1 - Use la tecla de retroceso (Backspace key) para remover los ultimos caracteres escritos.
- 2 - Seleccione elementos a ser removidos usando el 'mouse', y despues la tecla de retroceso (Backspace key)
- 3 - Pulse (click) en una localidad especifica para insertar caracteres
- 4 - Se puede copiar y pegar una expresion dentro de otra expresion

Uso del signo igual Booleano en expresiones que no necesitan evaluacion:

=====

El ejemplo anterior es una expresion de asignacion. Las variables a la derecha de la expresion de asignacion deben ser evaluadas anteriormente para que la expresion de interes produzca un resultado. En este ejemplo estas variables no han sido definidas. Si Ud. pulsa en la expresion  $\tau =$ , a la derecha, aparece el mensaje " $\tau.0$  - no definido".

A veces es necesario escribir una expresion, no con el proposito de evaluarla, sino solamente para documentar un reporte o una tarea de casa. En este caso se puede usar el signo igual Booleano (el primer signo en el panel "Booleano" a la derecha del cuaderno de SMath Studio - el cual tambien se puede escribir usando  $\text{Ctrl}+=$ ) para construir una expresion matematica que no necesita evaluacion. Ud. podria escribir, por ejemplo:

```
[t <Ctrl+G> <Ctrl+=> t <Ctrl+G>.0+a <Ctrl+G>.c * (T.f-T.0 <espacio> <espacio>
/ sqrt(1+ abs( D <Ctrl+G> T /b <Ctrl+G> <espacio> <espacio> ^3 <espacio>
<espacio><espacio><espacio>^ 3/2]
```

$$\tau = \tau_0 + \alpha_c \cdot \left( \frac{(T_f - T_0)}{\sqrt{1 + \left| \frac{\Delta T}{\beta} \right|^3}} \right)^{\frac{3}{2}}$$

El resultado es simplemente una expresion matematica sin evaluaciones.

Uso del signo igual Booleano con la funcion "solve":

=====

El signo igual Booleano se utiliza tambien para construir ecuaciones que se resuelven usando la funcion "solve". Por ejemplo, la ecuacion cuadratica:

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0 \quad \text{tiene la solucion:} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Si tomamos:  $a := 2$     $b := 5$     $c := -6$    calculamos la solucion de esta manera:

**EJERCICIO: Escriba la siguiente expresion en SMath Studio. La expresion no necesita evaluacion (es decir, use un signo igual Booleano):**

$$Q = \frac{C_u}{n} \cdot \frac{((b + m \cdot y) \cdot y)^{\frac{5}{3}}}{(b + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{S_0}$$

$$x := \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}, \text{ i.e., } x = \begin{cases} 0.886 \\ -3.386 \end{cases}$$

**EJERCICIO: Use la formula de la ecuacion cuadratica para resolver las siguientes ecuaciones:**

Nota: para hacer resaltar la solucion se puede colocar un marco alrededor de la misma utilizando el boton "Control del borde" en la barra de menus (luce como un marco cuadrado). Primero, sin embargo, es necesario seleccionar el area de la solucion arrastrando sobre ella el 'mouse' mientras se aprieta el boton izquierdo del mismo.

Tambien se puede colorear la solucion enmarcada usando un color de fondo como se describe a continuacion: (1) Arrastre el 'mouse', con la tecla izquierda presionada, sobre el area de la solucion; (2) Pulse en el boton "Color de Fondo" en la barra del menu (luce como la paleta de un pintor); (3) Pulse uno de los cuadrados con color que resultan; (4) Presione el boton [ OK ]. He aqui un ejemplo de hacer resaltar una solucion usando tanto un marco como color de fondo:

$$x = \begin{cases} 0.886 \\ -3.386 \end{cases}$$

Una forma alterna de resolver la ecuacion cuadratica presentada anteriormente, es decir:

$$2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 6 = 0$$

es usando la funcion "solve". A continuacion mostramos dos formas diferentes de invocar esta funcion:

1 - Use la funcion "solve" con dos argumentos, la ecuacion y la variable a resolver:

$$\text{solve}(2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 6 = 0, x) = \begin{pmatrix} -3.386 \\ 0.886 \end{pmatrix}$$

2 - Use la funcion "solve" con cuatro argumentos, con el tercer y cuarto argumentos usados para limitar el rango de la solucion:

$$\text{solve}(2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 6 = 0, x, 0, 10) = 0.886$$

Alternativamente, se puede asignar la funcion "solve" a una variable, por ejemplo:

$$x := \text{solve}(2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 6 = 0, x), \text{ cuya solucion es: } x = \begin{pmatrix} -3.386 \\ 0.886 \end{pmatrix}$$

$$-3 \cdot y^2 + 2 \cdot y + 6 = 0$$

$$2.5 \cdot \xi^2 - 7.5 \cdot \xi + 16.5 = 0$$

$$\lambda^2 - 3 \cdot \lambda + 25 = 0$$

$$25 \cdot \beta^2 - 76 = 0$$

La funcion "solve" se puede asignar a una variable que no sea la misma que la incognita, por ejemplo:

$$\xi := \text{solve}(2 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 6 = 0, x) \quad , \text{ cuya solucion es: } \xi = \begin{pmatrix} -3.386 \\ 0.886 \end{pmatrix}$$

Otras funciones utilizadas en expresiones matematicas:

=====

El panel de "Funciones" a la derecha del cuaderno de SMath Studio muestra un numero de funciones matematicas que pueden utilizarse para construir expresiones: log (logaritmo de cualquier base), sign (signo), sin (seno), cos (coseno), ln (logaritmo natural), arg (argumento de un numero complejo), tan (tangente), cot (cotangente), exp, y % (porcentaje)

Para escribir cualquiera de estas funciones en una expresion, o para evaluarlas, pulse en el nombre de la funcion correspondiente en el panel "Funciones". Los nombres de estas funciones pueden ser escritos directamente, tambien. Por ejemplo:

```
[log(10,2):]    log2(10)=3.3219    , i.e., log 10 of base 2
                sign(-10)=-1
                sin(1.2)+cos(1.2)=1.2944
                arg(4.5-3.2·i)=-0.6181
                ln(10)=2.3026
                exp(-0.2)=0.8187
                perc(20, 5)=1        , i.e., 20% of 5
```

Notas: (1) Los simbolos i (unidad imaginaria), π (razon de la longitud de la circunferencia a su diametro), y e (base de los logaritmos naturales), son constantes predefinidas en SMath Studio y pueden utilizarse directamente en las expresiones matematicas. Por ejemplo, la expresion "exp(-0.2) = 0.8187", usada anteriormente, se puede escribir tambien como:

$$e^{-0.2} = 0.8187$$

(2) Por defecto, los argumentos de las funciones trigonometricas (sin, cos, tan, cot) deben ser dados en radianes, por ejemplo,

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.866 \qquad \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.7071$$

**EJERCICIOS: Use la funcion "solve" para resolver las siguientes ecuaciones:**

$$-3 \cdot y^2 + 2 \cdot y + 6 = 0$$

$$2.5 \cdot \xi^2 - 7.5 \cdot \xi + 16.5 = 0$$

$$\lambda^2 - 3 \cdot \lambda + 25 = 0$$

$$25 \cdot \beta^2 - 76 = 0$$

$$3 \cdot t^3 - 2 \cdot t + 5 = 0$$

$$3 \cdot t^4 - 2 \cdot t^2 - 5 = 0$$

$$5 \cdot \eta^4 - 5 \cdot \eta - 5 = 0$$

**EJERCICIOS: Calcular:**

- 1 - log base 5 of 625 :
- 2 - sign of -2.5 :
- 3 - sine of 1.75 rad :
- 4 - cosine of 0.85 rad :
- 5 - natural log of 125 :
- 6 - natural log of -124:
- 7 - ln(1+3·i) :
- 8 - exp(2.35) :
- 9 - exp(1-i) :
- 10- 5% of 120 :

Si se quieren utilizar los argumentos de funciones trigonometricas en grados, escribase el valor en grados seguidos de 'deg (el apostrofe debe incluirse). Por ejemplo:

[sin(60'deg)=]      sin(60 deg)=0.866  
[cos(45'deg)=]      cos(45 deg)=0.7071

Funciones adicionales en el panel de "Funciones"

=====

Ademas de las 10 funciones mencionadas anteriormente, el panel de "Funciones" incluye las siguientes 6 funciones:

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| 1 - sumatoria             | 2 - producto                                       |
| 3 - derivada              | 4 - integral definida                              |
| 5 - elemento de un vector | 6 - sistema de ecuaciones<br>(o valores multiples) |

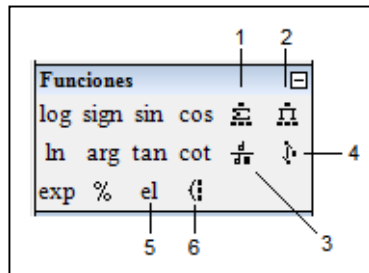


Figure 3. Detalle del panel "Funciones".

El simbolo (6) se aplica a la produccion de graficas. El uso de este simbolo no se presenta en esta seccion. Los simbolos (1) a (5) se describen a continuacion.

Para escribir el simbolo de sumatoria, producto, derivada, o integral definida, seleccione donde se va a escribir el simbolo y pulse en el simbolo requerido. Los simbolos (1), (2), y (4) utilizan cuatro operadores, mientras que el simbolo (3) utiliza dos operadores. Las sumatorias, productos, e integrales pueden calcularse usando evaluaciones numericas (=) o simbolicas (Cntl+.). Las derivadas solamente se pueden calcular usando una evaluacion simbolica (Cntl+.).

#### EJERCICIOS: Calcular:

- 1 -  $\ln(e^{-2.5})$  :
- 2 -  $\sin(1.5)^2 + \cos(1.5)^2$  :
- 3 -  $\sin(28.5 \text{ deg})$  :
- 4 -  $\tan(123.6 \text{ deg})$  :

#### EXERCICIOS: Use la funcion "solve" para resolver las siguientes ecuaciones:

$$\ln(r) - 1.5 = 0$$

$$e^{-x} = 0.25$$

$$e^{2 \cdot \xi} - e^{\xi} = 3$$

$$e^{\frac{\tau}{2}} - \ln\left(\frac{\tau}{2}\right) = 3$$

$$\sin(r) - \cos(r) = 0.25 \quad \text{in } 0 < r < 2\pi$$

$$\frac{\sin(\phi)}{\phi} - 0.1 = 0 \quad \text{in } -\pi < \phi < \pi$$

**He aqui algunos ejemplos:**

Simbolo 1, sumatoria

inicialmente: Ejemplo:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} \quad \sum_{k=1}^{10} \left( \frac{1}{k^2} \right) = 1.5498 \quad \sum_{k=1}^{10} \left( \frac{1}{k^2} \right) = \frac{1968329}{1270080}$$

Simbolo 2, producto

inicialmente: Ejemplo:

$$\prod_{i=1}^n \frac{1}{i} \quad \prod_{r=5}^8 \sqrt{(r-2)} = 18.9737 \quad \prod_{r=5}^8 \sqrt{(r-2)} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{6}$$

Simbolo 3, derivadas

inicialmente: Ejemplos:

$$\frac{d}{d\eta} \left( \eta^2 + \ln(\eta) \right) = \frac{1 + 2 \cdot \eta}{\eta} \quad \frac{d}{d\zeta} \tan(\zeta) = \frac{1}{\cos(\zeta)^2}$$

Simbolo 4, integral definida

inicialmente: Ejemplo:

$$\int_0^3 \frac{1}{1+s^2} ds = 1.249 \quad \int_0^3 \frac{1}{1+s^2} ds = \frac{631970953161275}{505963005627923}$$

El simbolo 5 produce dos operadores, un operador principal que contiene el nombre de un vector y un operador subindice que contiene un valor numerico (subindice numerico) que representa el orden de un elemento en el vector.

A continuacion presentamos dos ejemplos:

1 - Defina, por ejemplo, el 5-to elemento de un vector w usando "el", para asi crer un nuevo vector de 5 elementos:

```
[el(w,5 <space bar> :-4.5]      w_5 := -4.5
```

Cuando se lista w, se obtiene un vector columna de 5 elementos con todos los elements igual a cero, excepto el ultimo:

$$w = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4.5 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Para an~adir otros elementos} \\ \text{use la funcion "el" con indices} \\ \text{1 a 4. Por ejemplo, reemplazando} \\ \text{los elementos 1 y 3:} \end{array} \quad \begin{array}{l} w_1 := 4.2 \\ w_3 := -6.2 \end{array}$$

**EJERCICIOS: Calcular lo siguiente:**

$$S_1 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n \left( \frac{3}{j} \right)^3, \text{ for } n = 5$$

$$x_g = \left( \prod_{k=1}^m \left( \frac{k}{10} \right)^2 \right)^{1/m}, \text{ for } m = 10$$

$$\frac{d}{dr} (r \cdot \ln(r) - r^2)$$

$$y_c = \frac{\int_0^h y \cdot \sin(y) \cdot (3 + 2 \cdot y) dy}{\int_0^h \cos(y) \cdot (3 + 2 \cdot y^2) dy}, \text{ for } h = 2$$

El resultado es:

$$w = \begin{pmatrix} 4.2 \\ 0 \\ -6.2 \\ 0 \\ -4.5 \end{pmatrix}$$

2 - Defina, por ejemplo, el elemento en la 3-a fila y 4-a columna de una matrix R usando "el", para crear una matriz 3x4:

$$[\text{el}(R, 3, 4 \text{ <espacio> } : 4.3 \quad R_{3 \ 4} := 4.3$$

Al listar R se obtiene la matriz 3x4 requerida, con todos sus elementos igual a cero, menos el ultimo:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4.3 \end{pmatrix}$$

Para añadir otros elementos use la funcion "el" con otros indices dentro de la matriz 3x4. Por ejemplo:

$$R_{1 \ 1} := -2$$

$$R_{2 \ 3} := 3.1$$

$$R_{3 \ 2} := -7$$

El resultado es:

$$R = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.1 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & 4.3 \end{pmatrix}$$

**EJERCICIOS: Use la funcion "el" para crear los siguientes vectores o matrices:**

$$uA = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad uB = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad AC = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad BC = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Notas: (1) En vez de utilizar la funcion "el", Ud. puede simplemente escribir el nombre del vector (o matriz), seguido de [ (abrir corchete), seguido del subindice numerico mayor del vector (o subindices, para una matriz), seguido de un simbolo de asignacion. Ejemplos:

$$[s[4 \text{ <espacio> } : 5] \quad s_4 := 5 \quad \text{to produce} \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Otros valores se pueden agregar de manera similar, por ejemplo:

$$[s[2 \text{ <espacio> } : 3] \quad s_2 := 3$$

$$[s[1 \text{ <espacio> } : -2] \quad s_1 := -2$$

El vector s se convierte en:

$$s = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

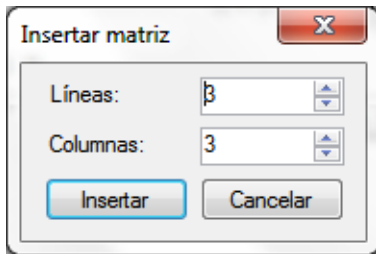
(2) Los nombres de variables con subindices numericos, creados usando "el" o usando corchetes [], son diferentes que los nombres de variables con subindices textuales, creados usando el punto (.). Ejemplo:

- subindice textual - use (.):  $[m.3:4]$      $m_3 := 4$     and     $m := \blacksquare$     NOTA: m no esta' definida como vector

- subindice numerical - use ([]):  $[m[3 <espacio> :4]]$      $m_3 := 4$     and     $m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

En este example, aun cuando ambas expresiones para m3, ya sea con subindice textual o numerico, lucen similares, cada una produce un objeto matematico diferente.

(3) Otra forma de construir un vector o una matriz, que no utiliza la funcion "el", es usando el boton "Matriz 3x3" (primer boton) en el panel de "Matrices", o, de forma equivalente, escribiendo "Cntl+m". Esto resulta en la forma mostrada aqui:



Por defecto, la forma "Insertar Matriz" muestra 3 Lineas (filas) y 3 Columnas. Estos valores se pueden cambiar a cualquier numero entero positivo. Recuerdese que:

- vector columna: Lineas = n    Columnas = 1
- vector linea:    Lineas = 1    Columnas = m
- matriz nxm:      Lineas = n    Columnas = m

Por ejemplo, usese:    [ v: <Cntl+m> Lineas: 3 Columnas:1 [Insertar]]

Lo que produce:     $v := \begin{pmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{pmatrix}$     A continuacion, pulse en cada operador y escriba los valores individuales de cada elemento. Al terminar, pulse afuera del vector.

Por ejemplo, para este case podemos usar:     $v := \begin{pmatrix} 1.2 \\ -6.5 \\ 8.7 \end{pmatrix}$

(4) Una explicacion detallada del panel de "Matrices", y de las operaciones con matrices, se presentaran posteriormente.

**EXERCISES:** Use brackets to create the following vectors and matrices:

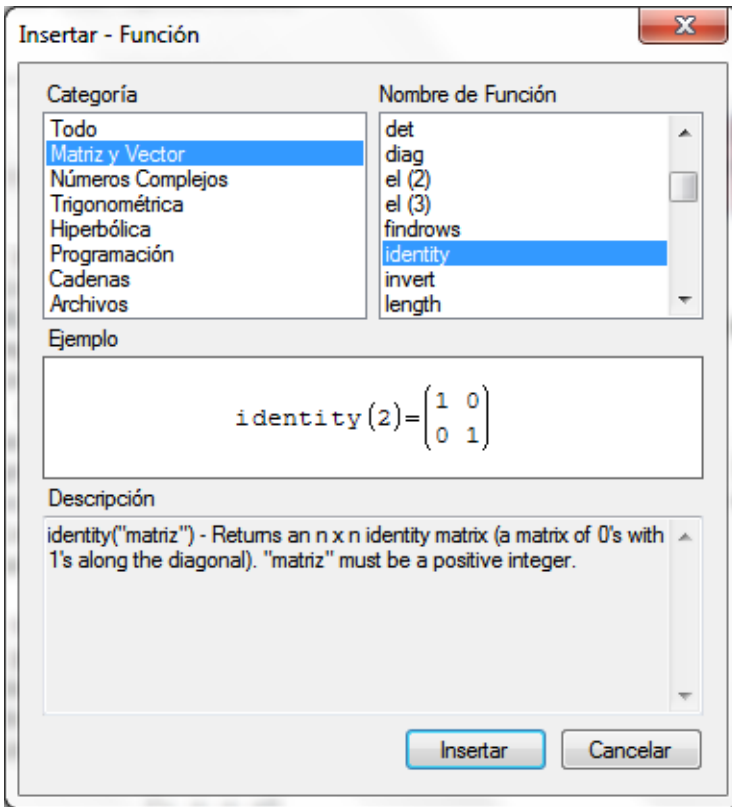
$$vA = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad vB = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Ec = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad Fc = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



## Funciones del menu "Funcion"

=====

Pulse en el boton [f(x)] en la barra del menu para obtener el menu "Function". Este menu se muestra en la siguiente figura:



A este punto se sugiere que, para escribir expresiones matematicas, el lector se limite a las siguientes categorias de funciones: Numeros Complejos, Trigonometrica, Hiperbolica. Tambien, usense las funciones en los paneles "Aritmetica" y "Funciones" al lado derecho del cuaderno. Tambien, usese el signo igual Booleano (Cntl+=) para escribir expresiones que no requieren evaluacion y para escribir ecuaciones a resolverse con "solve".

## 5 - Uso de unidades

El menu "Unidad" en la barra del menu es el icono azul que luce como un embudo y que esta localizado a la derecha del menu "Funcion" [f(x)]. Para insertar unidades, escriba el valor numerico acompanando a las unidades, despues pulse en el menu "Unidad", y seleccione la unidad apropiada a insertar. El menu "Unidad" luce asi:

**EJERCICIO: Use el boton "Matriz 3x3" para definir los siguientes vectores o matrices:**

$$wA = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \quad wB = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Hc = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

$$Kc = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

La categoria "Todo" lista todas las funciones disponibles en SMATH Studio. Pulse en cualquier otra categoria para ver la lista de funciones especificas a esa categoria. Pulse en una funcion especifica, lo que mostrara un "Ejemplo" y una "Descripcion" de la funcion requerida. Lease el Ejemplo y Descripcion para saber como usar una funcion dada.

Para insertar la funcion, seleccione el punto de insercion, y despues el nombre de la funcion. Pulse entonces el boton [Insertar]. He aqui un ejemplo insertando la funcion "identity":

$$\text{identity}(4) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

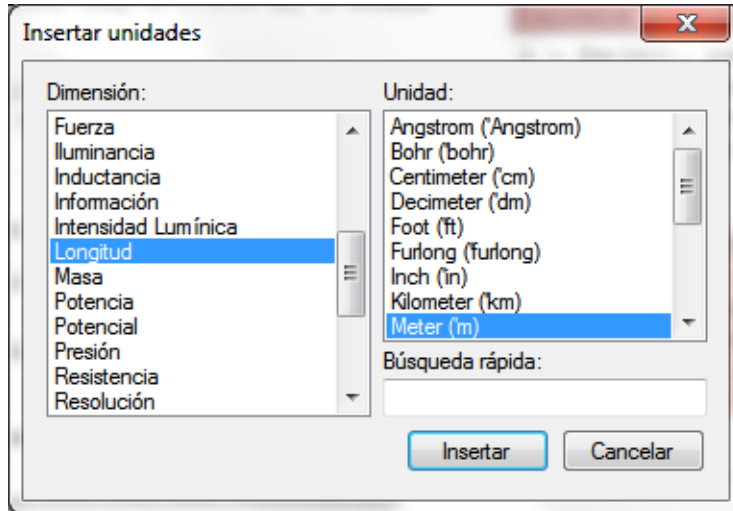
Como alternativa, escribase el nombre de la funcion en el punto de insercion, y escribanse los argumentos correspondientes de la funcion.

**EJERCICIOS: Calcular las siguientes funciones hiperbolicas e inversas:**

- 1 - sinh(2.3) :
- 2 - cosh(1.2) :
- 3 - asinh(2.4) :
- 4 - acosh(0.5) :

**EJERCICIOS: Calcular las siguientes funciones trigonometricas inversas:**

- 1 - asin(0.8) :
- 2 - acos(0.6) :
- 3 - atan(3.5) :



Seleccione la "Dimension" en la lista a la izquierda, y la "Unidad" en la lista a la derecha. En esta figura se ha seleccionado la dimension "Longitud" y la unidad "Meter ('m)" [metro]. Si se quiere definir una variable, digamos  $\lambda = 0.3 \text{ m}$ , se puede usar lo siguiente:

```
[1 <Ctrl+G> : 0.3 <menu Unidad,
seleccionar Meter> presione
[Insert]]
```

$\lambda := 0.3 \text{ m}$

Como alternativa, escriba:

```
[1 <Ctrl+G> : 0.3 'm]:  $\lambda := 0.3 \text{ m}$ 
```

Si Ud. conoce ya el simbolo para la unidad a insertar, simplemente escriba un apostrofe ('), seguido del simbolo de la unidad despues del valor numerico.

Por ejemplo, repetimos aqui la solucion del problema de fisica ya presentado, pero usando unidades:

Problema de Movimiento Curvilíneo: [1] Determine la velocidad  $v$  de una partícula en una trayectoria circular cuando  $t = 20 \text{ s}$ , si la partícula departe con una velocidad  $v_0 = 5.2 \text{ m/s}$  cuando  $t_0 = 5 \text{ s}$ , y su aceleración tangencial es  $a_t = 4.5 \text{ m/s}^2$ .

Use la ecuación:  $v = v_0 + a_t \cdot (t - t_0)$

[t:20's]       $t := 20 \text{ s}$       [v.0:5.2'm/'s]       $v_0 := 5.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

[t.0:5's]       $t_0 := 5 \text{ s}$       [a.t:4.5'm/'s^2]       $a_t := 4.5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Solucion:

[v:v.0+a.t\*(t-t.0)]       $v := v_0 + a_t \cdot (t - t_0)$        $v = 72.7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**EJERCICIOS: usando los numeros complejos:**

$z_1 = 3+2*i$      $z_2 = -4+6*i$   
 $z_3 = 5-8*i$      $z_4 = n+\sqrt{2}*i$

**Calcule lo siguiente:**

- 1 -  $\text{Re}(z_1)$ , real part :
- 2 -  $\text{Im}(z_2)$ , imag. part:
- 3 -  $\text{abs}(z_3)$ , modulus :
- 4 -  $\text{arg}(z_4)$ , angle :

**EJERCICIOS: Use las funciones "pol2xy" y "xy2pol" para convertir de coordenadas polares a Cartesianas, o vice versa. Estas funciones se listan in [f(x)] bajo "Numeros Complejos":**

1 - Convertir  $r = 3$ ,  $\theta = \pi/3$ , a  $(x,y)$ :

2 - Convertir  $x = -5$ ,  $y = 2$ , a  $(r,\theta)$ :

**EJERCICIO: Resuelva el siguiente problema:**  
**Problema de Movimiento Curvilíneo: [2] Determine la aceleración normal,  $a_n$ , de una partícula en movimiento en una trayectoria circular de radio,  $\rho = 100 \text{ m}$ , si la velocidad de la partícula es  $v = 20 \text{ m/s}$ . Use la ecuación:  $a_n = v^2/\rho$ . Incluyan unidades en este calculo.**

Notas: (1) Verifique la lista de unidades en el menu "Unidad" para asegurarse que la unidad particular que Ud. busca esta definida. Por ejemplo, en las unidades de "Longitud" Ud. encontrara' km, dm, m, cm, mm,  $\mu\text{m}$ , nm, pm. Si Ud. necesita utilizar, digamos un hm (hectometro = 100 m), tal unidad no esta disponible.

(2) Ud. puede definir sus propias unidades. Por ejemplo, Ud. puede definir el hectometro como se muestra a continuacion:

`['hm:100'm]      hm:= 100 m`

En Mecanica de Fluidos e Hidraulica se puede definir una unidad de velocidad de flujo, el pps (pies por segundo), o una unidad de caudal, el gpm (galones por minuto), en unidades del sistema ingles, como sigue:

`['pps:'ft/'s]      pps:=  $\frac{ft}{s}$       ['gpm:'gal/'min]      gpm:=  $\frac{gal}{min}$`

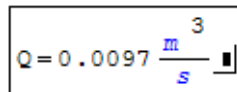
(3) El resultado de calculos que involucren unidades resultara', por defecto, en unidades del SI (Sistema Internacional), por ejemplo:

Define: `[D:5'in]` (pulgadas)      `D:= 5 in`      Verifica: `D= 0.127 m`

Define: `[V:= 2.5'pps]`      `V:= 2.5 pps`      Verifica: `V= 0.762  $\frac{m}{s}$`

Calcula: `[Q:=V* $\pi$ *D^2/4]`      `Q:=V* $\pi$ * $\frac{D^2}{4}$`       Resultado: `Q= 0.0097  $\frac{m^3}{s}$`

(4) Para convertir el resultado de Q, digamos, a gpm, pulse en el area que contiene el resultado. Aparecera' un operador a la derecha del resultado (vease la figura a continuacion -- esta es una figura, solamente, no un area donde se puedan activar cambios de unidades):



$$Q = 0.0097 \frac{m^3}{s}$$

Pulse en el operador, y escriba las unidades que Ud. quiere reemplazar, por ejemplo, 'gpm (usando la unidad 'gpm definida anteriormente), para obtener:

`Q= 152.9996 gpm`

(5) No se pueden usar unidades en las ecuaciones que se resuelven con "solve". Por ejemplo, para resolver la ecuacion cuadratica con coeficientes:

$$a := 2 \frac{s}{m}^2 \quad b := 5 \frac{s}{m} \quad c := -6$$

**EJERCICIO: Resuelva el siguiente problema:**

**Problema de Expansion Termica. [1].** Determine la expansion termica  $\Delta L$  de una barra de longitud  $L.0 = 10$  cm si la temperatura inicial es  $T.0 = 20$  centigrados, la temperatura final es  $T.f = 40$  centigrados, y el coeficiente de expansion termica es  $\alpha.S = 0.005$  cm/centigrado. Tambien determine la longitud final de la barra,  $L.f$ , despues de la expansion. Use las ecuaciones:

$$\Delta L = \alpha.S*(T.f-T.0) ,$$

$$L.f = L.0 + \Delta L$$

**Utilice unidades en este calculo.**

Podemos usar la formula:

$$x := \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}, \text{ i.e., } x = \begin{cases} 0.886 \frac{m}{s} \\ -3.386 \frac{m}{s} \end{cases}$$

Como este resultado se obtuvo a través de un cálculo algebraico simple, los resultados se muestran con las unidades apropiadas. Sin embargo, al tratar de resolver la ecuación usando "solve", no se obtiene ningún resultado:

$$\text{solve}(a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, x) = \square$$

Si Ud. pulsa en la ecuación se obtiene el mensaje de error: "Raíces no reales"

Por lo tanto, se puede usar "solve" para encontrar soluciones a una ecuación cuyos coeficientes no incluyen unidades. Para el caso en cuestión, presentado anteriormente, podríamos intentar lo siguiente:

$$\text{solve}\left(\frac{a}{\frac{s}{m^2}} \cdot x^2 + \frac{b}{\frac{s}{m}} \cdot x + c = 0, x\right) = \begin{pmatrix} -3.386 \\ 0.886 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Resultado} \\ \text{en 'm/s'} \end{array}$$

Al dividir a por 's^2/'m^2 y b por 's/'m eliminamos efectivamente las unidades en la ecuación, y permitimos que "solve" opere en una expresión sin unidades. Los resultados se dan en 'm/s', como se espera por homogeneidad de dimensiones.

Verifiquemos que sucede si usamos valores de a y b con unidades del sistema inglés -- A continuación usamos los valores equivalentes de:

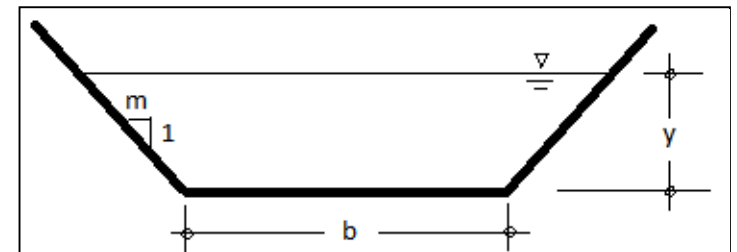
$$2 \frac{s}{m^2} = 0.1858 \frac{s}{ft^2} \quad 5 \frac{s}{m} = 1.524 \frac{s}{ft}$$

$$\text{i.e.,} \quad a := 0.1858 \frac{s}{ft^2} \quad b := 1.524 \frac{s}{ft}$$

Utilice ahora la función "solve" para resolver la ecuación:

$$\text{solve}\left(\frac{a}{\frac{s}{m^2}} \cdot x^2 + \frac{b}{\frac{s}{m}} \cdot x + c = 0, x\right) = \begin{pmatrix} -3.3861 \\ 0.886 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{Con resultados} \\ \text{en 'm/s'} \end{array}$$

**EJERCICIO: Resuelva el siguiente problema: Flujo en canal abierto en un canal trapezoidal.**



NOTA: Antes de resolver el problema, defina las unidades: 'pcs = 'ft^3/'s, es decir, pcs = pies cúbicos por segundo.

[1]. Un canal trapezoidal con ancho de fondo  $b = 5$  ft, y una pendiente lateral,  $m = 1/2$ , se construye en una pendiente de fondo,  $S.0 = 0.00023$ , y se cubre con concreto (coeficiente de Manning,  $n = 0.012$ ). Si el canal lleva un caudal  $Q = 20$  pcs, determine la profundidad de flujo,  $y$ , usando la ecuación de Manning:

O, usese:

$$\text{solve}\left(\frac{\frac{a}{s}}{\frac{ft}{ft^2}} \cdot x^2 + \frac{\frac{b}{s}}{\frac{ft}{ft}} \cdot x + c = 0, x\right) = \begin{pmatrix} -11.1092 \\ 2.9068 \end{pmatrix} \quad \text{Con resultados en 'ft/'s}$$

Verificando:  $-11.1092 \frac{ft}{s} = -3.3861 \frac{m}{s}$ , and  $2.9068 \frac{ft}{s} = 0.886 \frac{m}{s}$

Cuando se usa "solve", por lo tanto, se aconseja que se usen ecuaciones dimensionalmente consistentes, sin unidades, pero, asegurandose de llevar cuenta de las unidades apropiadas en el resultado. Considere la siguiente aplicacion:

$$t := 20 \text{ s} \quad v := 72.7 \frac{m}{s} \quad t_0 := 5 \text{ s} \quad a_t := 4.5 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{solve}\left(\frac{v}{\frac{m}{s}} = v_0 + \frac{a_t}{\frac{m}{s^2}} \cdot \left(\frac{t}{s} - \frac{t_0}{s}\right), v_0\right) = 5.2 \quad \text{Con resultado en 'm/'s}$$

La variable para la cual resolvemos, es decir,  $v_0$ , resulta sin unidades. El resultado final debe interpretarse con unidades de 'm/'s.

Como una alternativa, se pueden definir los valores de las variables conocidas como numeros absolutos (sin unidades), con los nombres de las unidades escritas al lado de los valores numericos, pero, en formato de texto. Por ejemplo:

$$t := 20 \text{ s} \quad v := 72.7 \text{ m/s} \quad t_0 := 5 \text{ s} \quad a_t := 4.5 \text{ m/s}^2$$

Usese entonces:  $\text{solve}(v = v_0 + a_t \cdot (t - t_0), v_0) = 5.2 \text{ m/s}$

$$Q = \frac{C_u}{n} \cdot \frac{((b + m \cdot y) \cdot y)^{\frac{5}{3}}}{(b + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{S_0}$$

En unidades del sistema ingles, la constante  $C_u$  is  $C_u = 1.486 \text{ ft}^{(1/3)}/s$

Para resolver este problema use la funcion "solve", con la ecuacion de Mannings, listada anteriormente, pero eliminando las unidades al re-escribirla como sigue:

$$\frac{Q}{\frac{cfs}{'s}} = \frac{\frac{C_u}{'ft^{\frac{1}{3}}}}{n} \cdot \frac{((\frac{b}{'ft} + m \cdot y) \cdot y)^{\frac{5}{3}}}{(\frac{b}{'ft} + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + m^2})^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{S_0}$$

Calcular y. El resultado tiene como unidad el pie (ft).

## 6 - Definicion de funciones

Anteriormente se mostro' como usar funciones del panel "Funciones" asi como aquellas del menu "Funcion" [f(x)]. A estas funciones, que estan inmediatamente disponibles en SMath Studio para su uso, se les conoce como "funciones predefinidas." Las funciones definidas por el usuario, ser conocen, por supuesto, como "funciones de usuario."

Una funcion de usuario se define con el formato general:

$$\langle \text{nombre\_de\_funcion} \rangle (\langle \text{argumento(s)} \rangle) = \langle \text{expresion que involucra los argumento(s)} \rangle$$

Ejemplo:

$$f_0(x) := \sqrt{x^2 + 2} \quad f_0(2.5) = \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{4}} \quad \text{Nota: evaluacion simbolica}$$

\* La funcion puede evaluarse como un numero:  $f_0(2.4) = 2.7857$

\* La funcion puede evaluarse usando una variable previamente definida:

$$\xi := -1.34 \quad f_0(\xi) = 1.9482 \quad f_0(\xi) = \frac{\sqrt{9489}}{\sqrt{2500}}$$

\* La funcion puede usarse para resolver una ecuacion con "solve", por ejemplo:

$$\text{solve}(f_0(t) - 2.5 = 0, t) = \begin{pmatrix} -2.0616 \\ 2.0616 \end{pmatrix}$$

Se puede definir tambien una funcion multivariable (es decir, una funcion de mas de una variable), por ejemplo:

$$f_1(x, y) := x^2 + y^2 - 25$$

Algunas evaluaciones de  $f_1(x, y)$  se muestran a continuacion:

$$f_1(2, 6) = 15 \quad f_1(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = -20 \quad \alpha := 2 \quad \beta := 5 \quad f_1(\alpha, \beta) = 4$$

La funcion se puede utilizar en una ecuacion resuelta con "solve", por ejemplo:

$$\text{solve}(f_1(2, y) = 0, y) = \begin{pmatrix} -4.5826 \\ 4.5826 \end{pmatrix}$$

EJEMPLO - Definicion de funciones para la distribucion binomial:

=====

Para una variable aleatoria discreta  $X$  que sigue la distribucion binomial con parametros  $n$  (entero positivo) y  $p$  ( $0 < p < 1$ ), la funcion de probabilidad de masa (fpm),  $f(x)$ , se define como:

$$f(x) := \frac{n!}{(x!) \cdot ((n-x)!) \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}}, \text{ para } x = 0, 1, \dots, n$$

La funcion de distribucion cumulativa (FDC),  $F(x)$ , es, a la vez, definida como:

$$F(x) := \sum_{k=0}^x f(k), \text{ para } x = 0, 1, \dots, n$$

EJERCICIOS: Defina la funcion

$$h(y) = 1/(1+y^2), \text{ despues}$$

- (1) Evalúe  $h(2)$
- (2) Evalúe  $h(\pi/2)$
- (3) Evalúe  $h(3.5) + h(1.2)^2$
- (4) Resuelva la ecuación:  $h(y) = 0.05$  usando la función "solve"
- (5) Determine una expresión para la derivada de  $h(y)$  con respecto a  $y$ . Use evaluación simbólica.
- (6) Calcule la sumatoria de  $\sqrt{h(k)}$  para  $k$  de 1 a 5.
- (7) Calcule la integral definida de  $h(x)^2$  con límites  $x = 1$  a 5

Para los valores de:  $n:=10$   $p:=0.30$  calculamos la fpm y la FDC  
para valores selectos de  $x$ :

$$\begin{array}{llll} f(3)=0.2668 & f(5)=0.1029 & f(7)=0.009 & f(9)=0.0001 \\ F(3)=0.6496 & F(5)=0.9527 & F(7)=0.9984 & F(9)=1 \end{array}$$

**EJERCICIO - Para la variable binomial usada en el EJEMPLO, con  $n = 10$ ,  $p = 0.3$ , calculese la siguiente probability:**

$$P(3 \leq X \leq 6) = \sum_{k=3}^6 f(k)$$

EJEMPLO - Definicion de funciones para la distribucion exponencial

=====

Para una variable aleatoria continua  $X$  que sigue la distribucion exponencial con parametros  $n$  (entero positivo) y  $p$  ( $0 < p < 1$ ), la funcion de densidad de probabilidades (fdp),  $f(x)$ , se define como:

$$f(x) := \mu \cdot e^{-\mu \cdot x}, \text{ para } x \geq 0$$

**Compare el resultado anterior con este:**

Nota: Muchos libros de texto usan la variable  $\lambda$  para definir el parametro de la distribucion exponencial. En este cuaderno ya hemos usado la variable  $\lambda$ , la cual actualmente contiene el valor:

$$\lambda = 0.3 \text{ m}$$

Por lo tanto, para prevenir conflictos con el uso de la variable  $\lambda$  al definir la fdp, como se hizo anteriormente, decidimos usar la variable  $\mu$  para definir el parametro de la distribucion exponencial.

Para el valor:  $\mu:=4.5$  calculamos algunos valores de la fdp como se muestra a continuacion:

$$f(0.1)=2.8693 \quad f(0.5)=0.4743 \quad f(1.0)=0.05 \quad f(1.5)=0.0053$$

La funcion de distribucion cumulativa (CDF),  $F(x)$ , se define como:

$$F(x) := \int_0^x f(t) dt, \text{ for } x = 0, 1, \dots, n$$

Sin embargo, cuando intentamos calcular  $F(x)$  para los valores seleccionados de  $x$ , la funcion no se puede evaluar:

$$F(0.1)=\blacksquare \quad F(0.5)=\blacksquare \quad F(1.0)=\blacksquare \quad F(1.5)=\blacksquare$$

$$P(3 \leq X \leq 6) = F(6) - F(2)$$

NOTA: La razón por la cual esta definición de  $F(x)$  no produce resultados es porque anteriormente ya habíamos usado las variables  $x$  y  $t$ , teniendo estas acumulado los siguientes valores:

$$x = \begin{cases} 0.886 \frac{m}{s} \\ -3.386 \frac{m}{s} \end{cases} \quad t = 20$$

SMath Studio automáticamente reemplaza los valores específicos en el cálculo de  $F(x)$  con los valores existentes actualmente en esas variables. Al redefinir  $F(x)$ , utilizando  $xx$  como variable, en vez de  $x$ , y  $tt$  en vez de  $t$ , resuelve el problema, como se ilustra a continuación:

$$F(xx) := \int_0^{xx} f(tt) dt$$

Al calcular  $F(x)$  for diferentes valores de  $x$  produce los resultados correctos:

$$F(0.1) = 0.3624 \quad F(0.5) = 0.8946 \quad F(1.0) = 0.9889 \quad F(1.5) = 0.9988$$


---

**EJERCICIO - Para la variable exponencial usada en el EJEMPLO, con  $\mu = 4.5$ , calcule la siguiente probabilidad:**

$$P(0.2 < X < 1.2) = \int_{0.2}^{1.2} f(\xi) d\xi$$

**Compare el resultado anterior con el siguiente:**

$$P(0.2 < X < 1.2) = F(1.2) - F(0.2)$$