▶ Utilities

▶ Jacobian Etc.

▶ implicitplot2d()

$$F(x,y,z) := \begin{pmatrix} \sin(x\cdot y)\cdot\sin(\exp(x\cdot y)) - z \\ x^2 + y^2 + z - 8 \\ z \end{pmatrix} \qquad F1 := F(x_0, x_1, x_2) \rightarrow \begin{bmatrix} \sin(x_0\cdot x_1)\cdot\sin(\exp(x_0\cdot x_1)) - x_2 \\ (x_0)^2 + (x_1)^2 + x_2 - 8 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$xmin := -8 \quad ymin := -3$

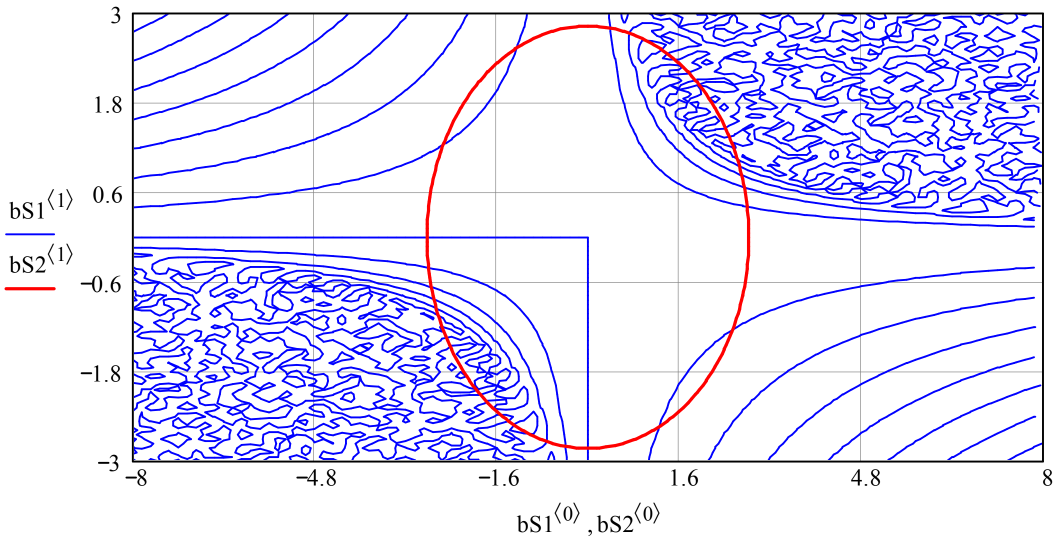
$xmax := 8 \quad ymax := 3 \qquad (nx \;\; ny) := (100 \;\; 100)$

$$coords := \begin{pmatrix} xmax & ymax \\ xmin & ymin \end{pmatrix} \qquad grids := (nx \;\; ny)^T$$

$f1(x,y) := \sin(x\cdot y)\cdot\sin(\exp(x\cdot y)) \qquad f2(x,y) := 8 - (x)^2 - (y)^2$

$bS1 := implicitplot2d(f1, coords, grids) \qquad bS2 := implicitplot2d(f2, coords, grids)$

$f(x) := \sin(x)\cdot\sin(\exp(x)) \qquad x := xmin, xmin + 0.0001 .. xmax$



$x := x$

Метод Драгилева

```
Draghilev(S, varN) := | X ← NameVec(2·varN + 1, x)
                      | X1 ← submatrix(X, 0, varN − 1, 0, 0)
                      | X2 ← submatrix(X, varN + 1, 2·varN, 0, 0)
                      | X3 ← stack(X1, X_varN)
                      | S ← S − X_varN·Rep(S, X1, X2)
                      | for ii ∈ 0 .. varN
                      |   for jj ∈ 0 .. varN
                      |     Eorig_(ii,jj) ← 1  if ii = jj
                      | for ii ∈ 0 .. varN
                      |   | E ← Eorig
                      |   | (E_(varN,ii)  E_(ii,ii)) ← (1  0)
                      |   | (E_(ii,varN)  E_(varN,varN)) ← (1  0)
                      |   | Y ← submatrix(E·X3, 0, varN − 1, 0, 0)
                      |   | out_ii ← |Jacobian(S, Y)|  if ii = varN
                      |   | out_ii ← −|Jacobian(S, Y)|  otherwise
                      | zer_(varN−1) ← 0
                      | stack(out, zer)
```

```
search(V) := | N ← length(V)
             | k ← 0
             | n ← 0
             | while k < N − 1
             |   | if V_k > 0 ∧ V_(k+1) < 0
             |   |   | out_n ← k
             |   |   | n ← n + 1
             |   | if V_k < 0 ∧ V_(k+1) > 0
             |   |   | out_n ← k
             |   |   | n ← n + 1
             |   | if V_k = 0
             |   |   | out_n ← k
             |   |   | n ← n + 1
             |   | k ← k + 1
             | out
```

Метод Драгилева

Этот блок автоматически формирует матрицу для решателя диффуров Rkadapt(), т.е. якобианы вычисляются автоматически.
Нет зависимости от размерности задачи. Можно подставить систему из любого количества переменных. Для указания количества переменных служит параметр varN. Если переменных две (x0, x1), то varN должно быть равно 2.
Система уравнений S должна содержать независимые переменные в виде x0 - первая переменная, x1 - вторая и т.д., где x - вектор, а 0,1 ... - индексы.

$start := time(0)$

$$D(t,x) := Draghilev(F1,3) \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \cdot x_1 \cdot \sin(x_4 \cdot x_5) \cdot \sin(\exp(x_4 \cdot x_5)) - (x_4)^2 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot x_0 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) - (x_4)^2 \cdot \sin(x_0 \cdot x_1) \cdot \cos(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot x_0 \cdot \exp(x_0 \cdot x_1) - (x_5)^2 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot x_0 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1 \\ \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot x_1 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot (x_4)^2 + \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot x_1 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot (x_5)^2 - 8 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot x_1 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) + \sin(x_0 \cdot x_1) \cdot \cos(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot x_1 \cdot \exp(x_0 \cdot x_1) \cdot (x_4 \\ 2 \cdot (x_1)^2 \cdot x_6 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) + 2 \cdot (x_1)^2 \cdot x_6 \cdot \sin(x_0 \cdot x_1) \cdot \cos(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot \exp(x_0 \cdot x_1) - 2 \cdot (x_0)^2 \cdot x_6 \cdot \\ 2 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1) \cdot (x_1)^2 \cdot \sin(\exp(x_0 \cdot x_1)) + 2 \cdot \sin(x_0 \cdot x_1) \cdot \cos(\exp(x_0 \cdot x_1)) \cdot (x_1)^2 \cdot \exp(x_0 \cdot x_1) - 2 \cdot \cos(x_0 \cdot x_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

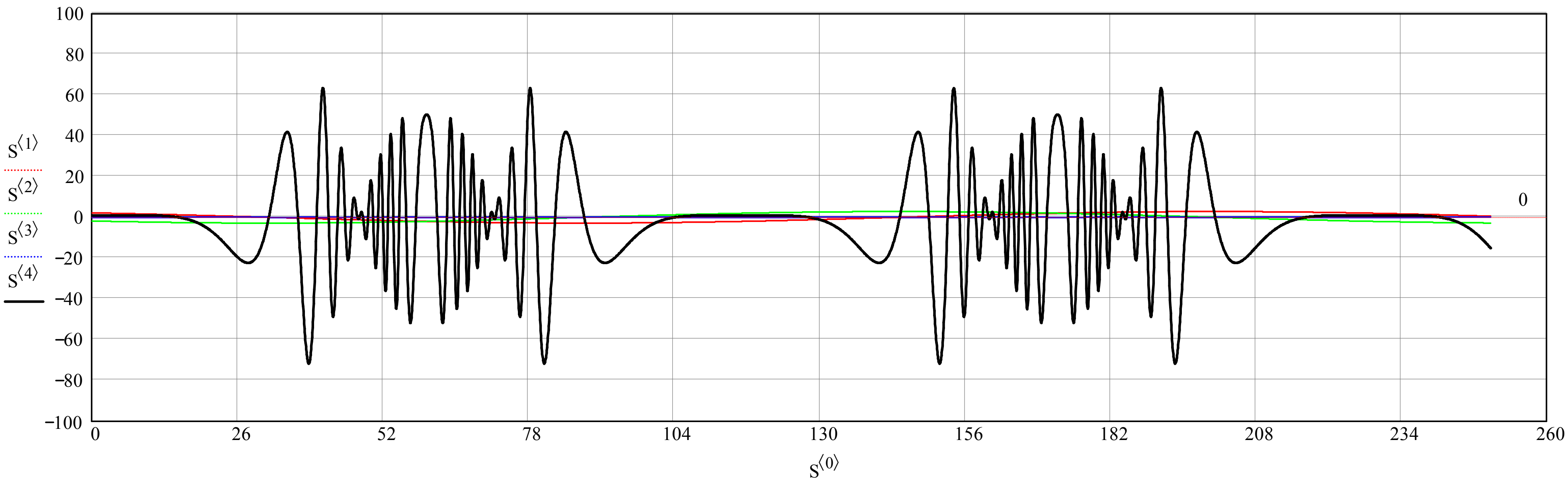
Given $F(X_0, X_1, X_2) = (0.1 \ \ 0 \ \ 0)^T$ $GetX0(X) := Minerr(X)$ $X0 := GetX0\left((3 \ \ -2 \ \ 0.2)^T\right)$ $X0 := (0.446 \ \ -0.935 \ \ 1.36)^T$

$X0 := stack(X0, 1, X0)$ $X0^T = \left(2.182 \ \ -1.8 \ \ -2 \times 10^{-7} \ \ 1 \ \ 2.182 \ \ -1.8 \ \ -2 \times 10^{-7}\right)$ $F(X0_0, X0_1, X0_2) = \begin{pmatrix} 0.014 \\ -2.29 \times 10^{-7} \\ -2 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$

$stop := time(0)$ $total := stop - start$ $total = 1.078$ секунд для символьных расчё

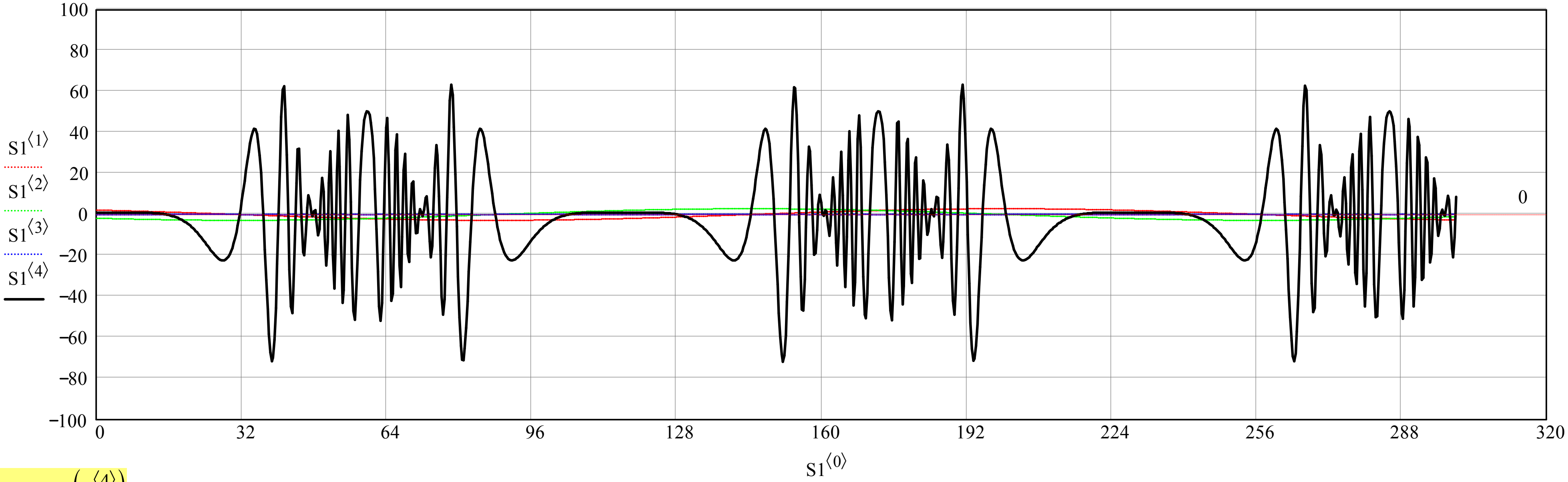
$S := Rkadapt(X0, 0, 250, 5000, D)$

$stop2 := time(0)$ $total := stop2 - stop$ $total = 3.75$ секунд непосредственно для решения системы диффуров



$S1 := \mathrm{Rkadapt}(X0, 0, 300, 1000, D)$

$stop3 := \mathrm{time}(0)$ $total := stop3 - stop2$ $total = 0.782$ секунд непосредственно для решения системы диффуров



$Res := \mathrm{search}\left(S^{\langle 4\rangle}\right)$

$$(X\ \ Y\ \ Z) := \left| \begin{array}{l} N \leftarrow \mathrm{length}(Res) \\ \text{for } ii \in 0..N-1 \\ \quad \begin{pmatrix} X_{ii} \\ Y_{ii} \\ Z_{ii} \end{pmatrix} \leftarrow \begin{bmatrix} \left[\left(S^{\langle 1\rangle}\right)_{(Res_{ii})} + \left(S^{\langle 1\rangle}\right)_{(Res_{ii}+1)}\right]\cdot 0.5 \\ \left[\left(S^{\langle 2\rangle}\right)_{(Res_{ii})} + \left(S^{\langle 2\rangle}\right)_{(Res_{ii}+1)}\right]\cdot 0.5 \\ \left[\left(S^{\langle 3\rangle}\right)_{(Res_{ii})} + \left(S^{\langle 3\rangle}\right)_{(Res_{ii}+1)}\right]\cdot 0.5 \end{bmatrix} \\ \mathrm{WRITEPRN}(\text{"out1.dat"}, \mathrm{augment}(X, Y, Z)) \\ (X\ \ Y\ \ Z) \end{array} \right.$$

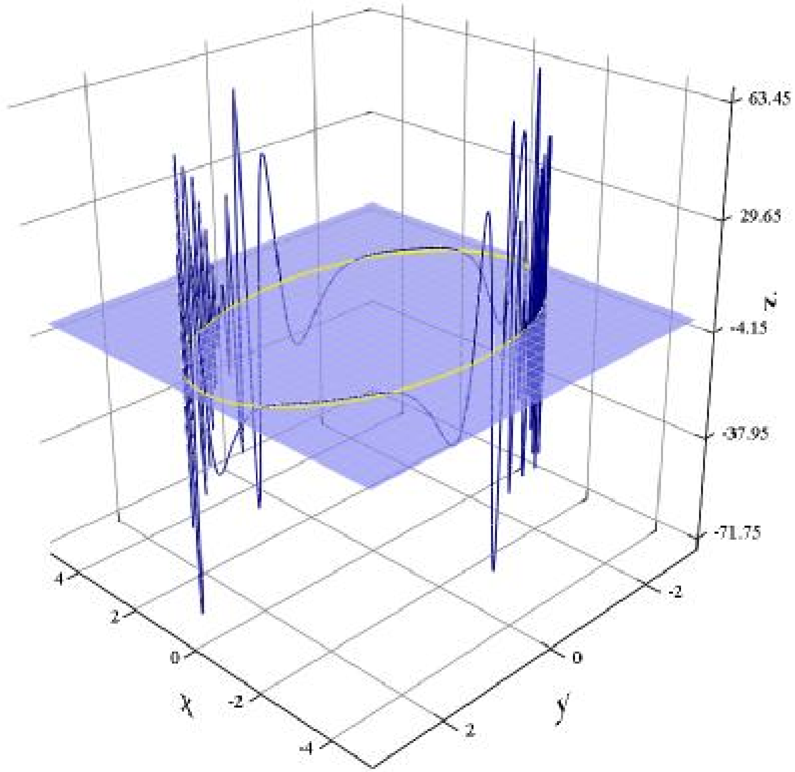
$$X0^T = \left(2.182\ \ -1.8\ \ -2\times 10^{-7}\ \ 1\ \ 2.182\ \ -1.8\ \ -2\times 10^{-7}\right)$$

$\mathrm{rows}(X) = 81$ - число найденных корней, они могут повторятся

$$\sum \left|\overrightarrow{\overrightarrow{F(X,Y,Z)_0}}\right| = 9.245 \times 10^{-5} \quad \sum \left|\overrightarrow{\overrightarrow{F(X,Y,Z)_1}}\right| = 7.572 \times 10^{-4} \quad \sum \left|\overrightarrow{\overrightarrow{F(X,Y,Z)_2}}\right| = 2.734 \times 10^{-3}$$

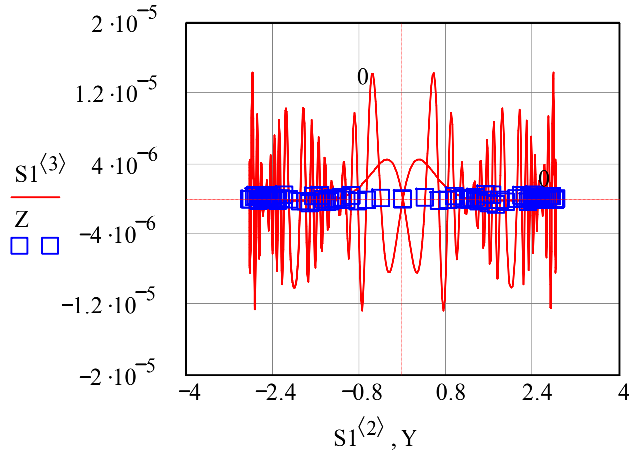
- простая проверка: подставляем все решения в функции, берём абсолютные значения результатов и суммируем их для каждой функции отдельно. Чем меньше полученная величина, тем точнее найдены корни.

$$S2 := \left(S1^{\langle 1\rangle^T} \quad S1^{\langle 2\rangle^T} \quad S1^{\langle 4\rangle^T}\right)^T \qquad f1(x,y) := 0 \qquad S4 := \left(S1^{\langle 1\rangle^T} \quad S1^{\langle 2\rangle^T} \quad S1^{\langle 3\rangle^T} \cdot 0 + 0.01\right)^T$$

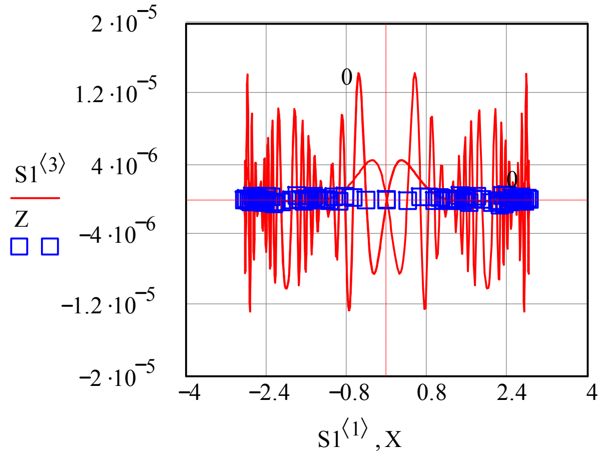


S2 , f1 , S4

Проекция yOz



Проекция xOz



Проекция xOy